Математика

Отборочный тур

7 класс

Задание 1. Найти последнюю цифру остатка от деления 13^5+77 на 13?

Решение.

Число 13^5+77 можно представить в виде $13^5+13\cdot5+12 = (13^4+5)\cdot13+12$. Значит, 12 является остатком от деления 13^5+77 на 13, а его последняя цифра равна 2.

Ответ: 2

Задание 2. Найдите неизвестный член пропорции 0,(7):x=2,(3):0,(3).

Решение.

Переведем предварительно все периодическое дроби в обыкновенные.

Пусть a=0,(7), тогда, умножая обе части этого равенства на 10, получим 10a=7,(7). Вычитая из второго равенства первое, имеем 9a=7 и a=7/9.

Аналогично, если b=0,(3), а 10b=3,(3), а разность 9b=3, отсюда b=1/3.

Обозначая c=2,(3), из 10c=23,(3), получаем 9c=21, или c=7/3.

Таким образом, 0,(7)=7/9; 0,(3)=1/3; 2,(3)=7/3.

Раскрывая пропорцию и подставляя вместо периодических дробей обыкновенные дроби, имеем:

$$x = \frac{0,(7)\cdot 0,(3)}{2,(3)} = \frac{\frac{7}{9}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{9}.$$

Ответ: 1/9

Задание 3. Укажите сумму корней уравнения

$$\big||x+2|-3\big| = 6.$$

Решение.

Раскрывая модуль, получаем, что $|x+2|-3=6$ или $|x+2|-3=-6$. Второе уравнение не будет иметь корней, поскольку $|x+2|=-3$, а модуль не может принимать отрицательные значения. Из первого уравнения получаем $|x+2|=9$, отсюда $x+2=9$ или $x+2=-9$. Уравнение имеет два корня $x=7$ и $x=-11$. Сумма этих корней равна -4.

Ответ: -4

Задание 4. Какое наименьшее число палочек по 1 дм надо взять, чтобы составить треугольник, все стороны которого различны и равны нечетному числу дециметров.

Решение.

Так как разность между любыми двумя нечетными числами больше или равна 2, то треугольника со стороной 1 в этих условиях быть не может.

Следовательно, наименьшая сторона больше или равна 3. Проверим, что можно построить треугольник со сторонами 3,5,7.

$3+5>7,\ 5+7>3,\ 3+7>5.$

Такой треугольник существует:

$3+5+7=15.$
Ответ: 15

Задание 5. Сравните числа

$$\frac{20212021}{20212022} \quad \text{и} \quad \frac{20222022}{20222023}$$

Решение.
Поскольку $\frac{20212021}{20212022}=1-\frac{1}{20212022}$, а $\frac{20222022}{20222023}=1-\frac{1}{20222023}$, то проведем последовательное сравнение:

20212022<20222023

$$\frac{1}{20212022}>\frac{1}{20222023}$$
$$-\frac{1}{20212022}<-\frac{1}{20222023}$$
$$1-\frac{1}{20212022}<1-\frac{1}{20222023}$$

Таким образом,

$$\frac{20212021}{20212022}<\frac{20222022}{20222023}$$

8 класс

Задание 1. Какая последняя цифра числа 143^{1971}?

Решение.

Последняя цифра числа 143^{1971} будет зависеть от последней цифры в числе 143, т.е. от 3. Запишем степени тройки: 3; 9; 27; 81; 243; 729 и т.д. Видно, что последовательность последних цифр идет в порядке: 3; 9; 7; 1 (потом снова 3 и т.д.), и нужно узнать, какая из этих цифр будет последней в 1771 степени.

Для этого делим 1771 на 4 (поскольку в последовательности четыре числа: 3; 9; 7; 1) с остатком. Остаток 3, поэтому и последняя цифра числа 143^{1971} – третье число в последовательности 3; 9; $\underline{7}$; 1 – число 7.

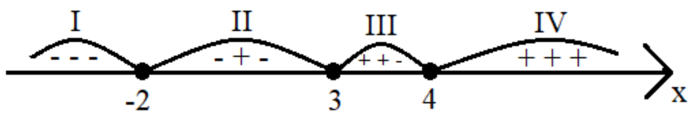
Ответ: 7

Задание 2. Вычислите произведение корней уравнения $|x-3|+|x+2|-|x-4|=3$.

Решение.

Область допустимых значений (ОДЗ) – вся числовая прямая. Найдем нули подмодульных функций: $x-3=0$ $(x=3)$; $x+2=0$ $(x=-2)$ и $x-4=0$ $(x=4)$.

Нули -2; 3; 4 разбивают ОДЗ на четыре промежутка, в которых подмодульные функции имеют знаки, показанные на рисунке.



На рисунке в каждом из промежутков первый знак – это знак функции $x-3$, второй знак – знак функции $x+2$ и третий знак – знак функции $x-4$.

Находим решения данного уравнения в каждом из промежутков.

Промежуток I: $x\in(-\infty;-2)$. Учитывая знаки подмодульных функций на этом промежутке и определение модуля, получаем, что в этом промежутке данное уравнение равносильно уравнению $-(x-3)-(x+2)+(x-4)=3$. Отсюда $x=-6$ – корень, поскольку принадлежит этому промежутку.

Промежуток II: $x\in[-2;3)$. В этом промежутке получаем уравнение $-(x-3)+(x+2)+(x-4)=3$, которое имеет решение $x=2$, принадлежащее данному промежутку.

Промежуток III: $x\in[3;4)$. Получаем уравнение $(x-3)+(x+2)+(x-4)=3$. Отсюда $x=8/3$. В рассмотренный промежуток полученное значение не входит, таким образом, в этом промежутке корней нет.

Промежуток III: $x\in[4;+\infty)$. Получаем уравнение $(x-3)+(x+2)-(x-4)=3$. Отсюда $x=0$. В рассмотренный промежуток полученное значение не входит, таким образом, в этом промежутке корней нет.

Объединяя все решения, которые мы получили в каждом промежутке, имеем решения уравнения: $x=-6$; $x=2$. Произведение этих корней равно -12.

Ответ: -12

Задание 3. Вычислите $\sqrt{1+2\sqrt{1+\sqrt{12+8\sqrt{2}}}}$

Решение.

Преобразуем выражение:

$$\sqrt{1+2\sqrt{1+\sqrt{12+8\sqrt{2}}}}=\sqrt{1+2\sqrt{1+2\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}=\sqrt{1+2\sqrt{1+2\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}}}=$$

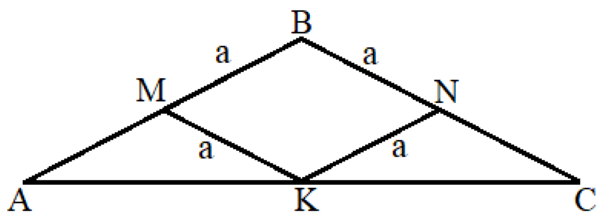
$$=\sqrt{1+2\sqrt{1+2\left(1+\sqrt{2}\right)}}=\sqrt{1+2\sqrt{3+2\sqrt{2}}}=\sqrt{1+2\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}}=$$

$$=\sqrt{1+2(1+\sqrt{2})}=\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}=1+\sqrt{2}\,.$$

Ответ: $1+\sqrt{2}$

Задание 4. На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC выбраны точки M, N и K соответственно так, что MBNK – ромб. Найти сторону ромба, если AB=20, BC=30.

Решение.



$$\text{AM} = 20-\text{a}, \quad \text{CN} = 30-\text{a}$$

Так как AB || KN (ромб), то $\Delta ACB \sim \Delta KCN$

Тогда

$$\frac{20-a}{a}=\frac{a}{30-a}$$

$$(20-\text{a})\cdot(30-\text{a})=\text{a}^2$$

$$600-50\text{a}+\text{a}^2=\text{a}^2$$

$$\text{a}=12$$

Ответ: 12

Задание 5. Саша и Миша взяли на прокат лодку и отправились с пляжа на мыс. Саша сильнее, и он был на вёслах всю дорогу до мыса и половину обратного пути, а остальную часть грёб Миша. Оказалось, что течение в этот день было в направлении мыса. При этом скорость Миши в три раза больше скорости течения, а скорость Саши – в 5 раз больше скорости течения. Во сколько раз изменится время на их путешествие, если бы в направлении мыса грёб Миша, а обратно – Саша.

Решение.

Пусть скорость течения x км/ч, скорость Саши $5x$ км/ч, скорость Миши $3x$ км/ч. S – расстояние в одну сторону.

Тогда, с учетом течения, время Саши на веслах:

$$\frac{S}{6x} + \frac{S}{2 \cdot 4x} = t_C$$

А Миши:

$$\frac{S}{2 \cdot 2x} = t_M$$

Тогда, общее время в пути, первый вариант

$$t_1 = \frac{S}{6x} + \frac{S}{2 \cdot 4x} + \frac{S}{2 \cdot 2x} = \frac{13\,S}{24\,x}$$

Второй вариант.

Миша:

$$t_{M`} = \frac{S}{4x}$$

Саша:

$$t_{C`} = \frac{S}{4x}$$

Вместе второй вариант:

$$t_2 = \frac{S}{4x} + \frac{S}{4x} = \frac{S}{2x}$$

Тогда

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{S \cdot 24x}{2x \cdot 13S} = \frac{12}{13}$$

Отсюда

$$t_2 = \frac{12}{13} t_1$$

Ответ: уменьшится $t_2 = \frac{12}{13} t_1$.

9 класс

Задание 1. Найти значение a, при котором многочлен стандартного вида, тождественно равный произведению $(x^2+3x-2)(x+a)$, не содержит x^2

Решение.

Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, приводим многочлен к стандартному виду:

$(x^2+3x-2)(x+a) = x^3+(3+a)x^2+(3a-2)x-2a.$

Этот многочлен не содержит x^2, если его коэффициент $3+a=0$. Получаем $a=-3$.

Ответ: -3

Задание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите наибольший из корней

$$\sqrt{x^3-4x}+\sqrt{x^4+6x^2-28x+16}=0.$$

Решение.

Сумма двух неотрицательных слагаемых равна нулю, если оба слагаемых обращаются в ноль при одних и тех же значениях x. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3-4x=0 \\ x^4+6x^2-28x+16=0 \end{cases}.$$

Первое уравнение имеет корни: $x_1=0,\ x_2=-2, x_3=2$. Проверяем, какой из этих корней удовлетворяет второму уравнению. Корень $x_3=2$ обращает второе уравнение в ноль. Это и есть корень исходного уравнения.

Ответ: 2

Задание 3. При подготовке к экзамену по биологии, студент за 10 недель прошел 700 тестовых заданий. В процессе подготовки он в каждую последующую неделю, начиная со второй, проходил на 10 тестовых заданий больше, чем в предыдущую. Какое количество тестовых заданий пройдет студент за остающиеся до экзамена 4 недели, если будет увеличивать количество еженедельно проходимых тестов прежним образом?

Решение.

Обозначим через a_n количество тестовых заданий, пройденных студентом за -ю неделю, S_n – количество тестовых заданий, пройденных за n недель. Последовательность a_n является арифметической прогрессией с разностью $d>0$. С учетом обозначений имеем: $S_{10}=700$, $d=10$. Найти требуется $a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}=S_{14}-S_{10}$. Применяя известные формулы, найдем a_1:

$$S_{10}=\frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=700$$

Или

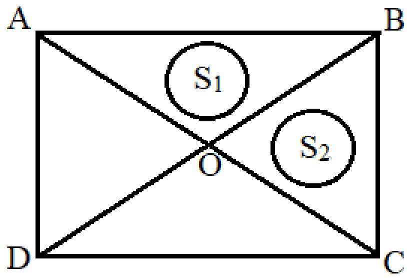
$\frac{2a_1+9\cdot 10}{2}\cdot 10 = 700$, отсюда $a_1 = 25$. Тогда искомое значение вычисляется следующим образом:

$$S_{14} - S_{10} = \frac{2\cdot 25 + 13\cdot 10}{2}\cdot 14 - 700 = 90\cdot 14 - 700 = 1260 - 700 = 560.$$

Ответ: 560

Задание 4. Прямоугольный противень условно разделен диагоналями на 4 части. На каждой части размещена для запекания круглая пицца максимально возможного диаметра. Найти сумму площадей всех четырёх пицц, если противень имеет размеры 90 см x 120 см.

Решение.



Найдем диагонали четырехугольника:

$$d^2 = 90^2 + 120^2 = 150^2,\quad \frac{1}{2}d = 75 \text{ см}$$

Треугольник AOB.

$$P_{AOB} = 120 + 2\cdot 75 = 270,\quad p_{AOB} = 135$$

$$S_{AOB} = \sqrt{135\cdot(135-75)\cdot(135-75)\cdot(135-120)} = 60\cdot 15\cdot 3$$

$$r_1 = \frac{60\cdot 15\cdot 3}{135} = 20$$

Треугольник BOC.

$$P_{COB} = 90 + 2\cdot 75 = 240,\quad p_{COB} = 120$$

$$S_{AOB} = \sqrt{120\cdot(120-75)\cdot(120-75)\cdot(120-90)} = 30\cdot 45\cdot 2$$

$$r_1 = \frac{30\cdot 45\cdot 2}{120} = 22{,}5$$

Сумма площадей кругов равна

$$2S_1 + 2S_2 = 2\pi(r_1^2 + r_2^2) = 1812{,}5\pi$$

Ответ: $1812{,}5\pi$

Задание 5. Существует ли такое натуральное c, что число $\sqrt{2-\sqrt{c}}$ является рациональным?

Решение.

Да, например, c=4, тогда $\sqrt{2-\sqrt{4}}=0$; c=1, тогда $\sqrt{2-\sqrt{1}}=1$.

10 класс

Задание 1. Решите уравнение

$$|\lg x + 1| + |\lg x - 3| = 4.$$

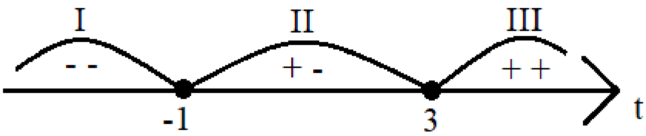
Решение.

Пусть $\lg x = t$, тогда уравнение примет вид:

$$|t + 1| + |t - 3| = 4.$$

Область допустимых значений (ОДЗ) – вся числовая прямая. Найдем нули подмодульных функций: $t + 1 = 0$ ($t = -1$) и $t - 3 = 0$ ($t = 3$).

Нули -1; 3 разбивают ОДЗ на три промежутка, в которых подмодульные функции имеют знаки, показанные на рисунке.



На рисунке в каждом из промежутков первый знак – это знак функции $t + 1$, второй знак – знак функции $t - 3$.

Находим решения данного уравнения в каждом из промежутков.

Промежуток I: $t \in (-\infty; -1)$. Учитывая знаки подмодульных функций на этом промежутке и определение модуля, получаем, что в этом промежутке данное уравнение равносильно уравнению $-(t + 1) - (t - 3) = 4$. Отсюда $t = -1$. В рассмотренный промежуток полученное значение не входит, таким образом, в этом промежутке корней нет.

Промежуток II: $t \in [-1; 3)$. В этом промежутке получаем уравнение $(t + 1) - (t - 3) = 4$, которое истинно для любого $t \in [-1; 3)$. Таким образом, решением уравнения является весь промежуток $[-1; 3)$.

Промежуток III: $t \in [3; +\infty)$. Получаем уравнение $(t + 1) + (t - 3) = 4$. Отсюда $t = 3$ – корень, поскольку принадлежит этому промежутку.

Объединяя все решения, которые мы получили в каждом промежутке, имеем решение уравнения на всей ОДЗ: $t \in [-1; 3]$. Выполняя обратную замену $t = \lg x$, получаем решение исходного уравнения: $x \in [0{,}1; 1000]$.

Ответ: [0,1;1000]

Задание 2. Решите уравнение

$$\sqrt{5 - x + 2\sqrt{4 - x}} + \sqrt{13 - x + 6\sqrt{4 - x}} = 6.$$

Решение.

Выделим полные квадраты в подкоренных выражениях:

$$\sqrt{\left(\sqrt{4 - x}\right)^2 + 2\sqrt{4 - x} + 1^2} + \sqrt{\left(\sqrt{4 - x}\right)^2 + 6\sqrt{4 - x} + 3^2} = 6;$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{4-x}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{4-x}+3\right)^2}=6;$$

$$\sqrt{4-x}+1+\sqrt{4-x}+3=6;$$

$$\sqrt{4-x}=1,$$

тогда $x=3$.

Ответ: 3

Задание 3. Фирма по доставке товара начала свою работу с 2013 года. Каждый год количество доставленных ею товаров увеличивалось на одно и то же число единиц. Сумма товаров, перевезенных за первые два года работы, равнялась 5000 единиц, а за пятый год – 6000 единиц товара. Сколько единиц груза перевезла фирма за 2022 год работы?

Решение.

Обозначим через a_n количество единиц товара, перевезенного фирмой за -й год, S_n – количество единиц товара, перевезенного за n лет. Последовательность a_n является арифметической прогрессией с разностью $d>0$. С учетом обозначений имеем: $a_1+a_2=5000$, $a_5=6000$. Требуется найти a_{10}. По условию задачи составим систему двух уравнений с двумя неизвестными a_1 и d:

$$\begin{cases} a_1+(a_1+d)=5000 \\ a_1+4d=6000 \end{cases}.$$

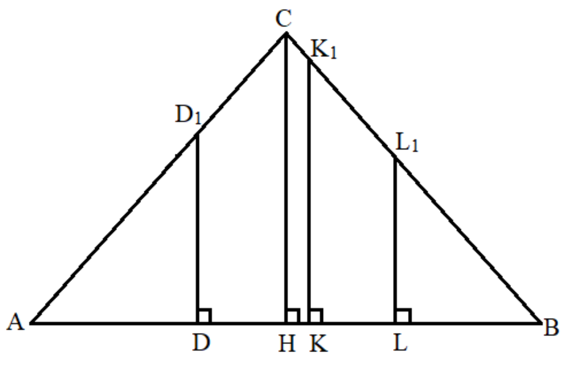
Решая систему, получаем $a_1=2000, d=1000$.

Тогда искомая величина $a_{10}=a_1+9d=2000+9\cdot 1000$=11000.

Ответ: 11000

Задание 4. Треугольник со сторонами 12, 16, 20 разбит на 4 равновеликие части прямыми, перпендикулярными стороне AB=20. Точки пересечения прямых и стороны AB обозначены D, K, L, считая от точки A к B. Найти расстояние от точки D до точки L.

Решение.



Заметим, что треугольник ABC прямоугольный (египетский).

Его площадь $\quad S_{\mathrm{ABC}} = 96$

Тогда площади равновеликих частей $S = 24$

Найдем высоту треугольника

$$\mathrm{CH} = \frac{\mathrm{AC} \cdot \mathrm{CB}}{\mathrm{AB}} = 9{,}6$$

Тогда

$$AH^2 = AC^2 - HC^2 = 12^2 - 9{,}6^2 = 7{,}2^2$$

Треугольники AHC и $\mathrm{ADD_1}$ подобны:

$$\frac{D_1D}{AD} = \frac{CH}{AH} = \frac{9{,}6}{7{,}2} = \frac{4}{3}$$

и $\quad \mathrm{AD} \cdot \mathrm{DD_1} = 48.$

Отсюда $\mathrm{AD} = 6.$

Треугольники BHC и $\mathrm{CLL_1}$ подобны и $\mathrm{BH} = 12{,}8$:

$$\frac{L_1L}{BL} = \frac{CH}{BH} = \frac{9{,}6}{12{,}8} = \frac{3}{4}$$

и $\quad \mathrm{BL} \cdot \mathrm{LL_1} = 48.$

Отсюда $\mathrm{LB} = 8.$

Следовательно, $\mathrm{DL} = 20 - 8 - 6 = 6.$

Ответ: 6

Задание 5. Выясните рациональное или иррациональное число $\log_2 24$.

Решение.
Вычислим $\log_2 24 = \log_2(8 \cdot 3) = \log_2 8 + \log_2 3 = 3 + \log_2 3.$

Проверим, является ли $\log_2 3$ рациональным числом. Действительно, найдется такая дробь $\frac{p}{q}$, что $\frac{p}{q} = \log_2 3$ или $2^{\frac{p}{q}} = 3$, отсюда

$2^p = 3^q.$

Справа и слева стоят степени с разными простыми основаниями. Ни при каких целых p и q равенство не достижимо.

Таким образом, число $\log_2 24$ является иррациональным.

11 класс

Задание 1. Два автомобиля выехали одновременно из пункта А в пункт В. Скорость первого автомобиля равна 50 км/ч, а второго – 40 км/ч. Через полчаса из пункта А в том же самом направлении выехал третий автомобиль, который обогнал первый автомобиль на 1,5 часа позже, чем второй. Найдите скорость третьего автомобиля.

Решение.

Пусть x км/ч – скорость третьего автомобиля, а t ч – время в пути второго автомобиля до первого обгона (обгона третьим автомобилем второго автомобиля). Тогда $(t+1{,}5)$ ч – время в пути первого автомобиля до второго обгона (обгона третьим автомобилем первого автомобиля). Поскольку третий автомобиль выехал на 0,5 часа позже, чем первый и второй автомобили, то время в пути третьего автомобиля до момента первого и второго обгонов $(t-0{,}5)$ ч и $(t+1)$ ч соответственно.

До первого обгона второй автомобиль проехал расстояние $40t$ км, а третий автомобиль – $x(t-0{,}5)$ км, поэтому, приравнивая эти расстояния, получаем уравнение: $40t = x(t-0{,}5)$.

До второго обгона первый автомобиль проехал расстояние $50(t+1{,}5)$ км, а третий автомобиль – $x(t+1)$ км, поэтому, приравнивая эти расстояния, получаем уравнение: $50(t+1{,}5) = x(t+1)$.

Решим систему уравнений

$$\begin{cases} 40t = x(t-0{,}5) \\ 50(t+1{,}5) = x(t+1) \end{cases}.$$

Вычитая из второго уравнения первое уравнение системы: $10t = 1{,}5x - 75$, а затем подставляя $t = \frac{1{,}5x-75}{10}$ в первое уравнение, приходим к уравнению относительно x: $1{,}5x^2 - 140x + 3000 = 0$. Отсюда $x_1 = 60$ и $x_2 = 100/3$ (легко видеть, что при этом значении $t = \frac{1{,}5\cdot\frac{100}{3}-75}{10} = -2{,}5$, что невозможно). Таким образом, скорость третьего автомобилиста равна 60 км/ч.

Ответ: 60

Задание 2. Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите произведение корней

$$log_5^2(25x) - 14log_{25}x = 20$$

Решение.

Преобразуем уравнение, используя свойства логарифмов:

$$(\log_5 25 + log_5 x)^2 - 7log_5 x = 20;$$

$$(2 + log_5 x)^2 - 7log_5 x = 20 \text{ ; или } 4 + 4log_5 x + (log_5 x)^2 - 7log_5 x = 20;$$

$$(log_5 x)^2 - 3log_5 x - 16 = 0.$$

Замена $log_5 x = t$ приводит к квадратному уравнению $t^2 - 3t - 16 = 0$. Это уравнение имеет больше одного корня, поскольку дискриминант положителен.

Найдем сумму его корней по теореме Виета: $t_1 + t_2 = 3$. С другой стороны, с учетом замены, $t_1 + t_2 = log_5 x_1 + log_5 x_2 = log_5(x_1 x_2)$.

Получаем уравнение для нахождения произведения корней исходного уравнения: $log_5(x_1 x_2) = 3$. Тогда $x_1 x_2 = 5^3$ или $x_1 x_2 = 125$.

Ответ: 125

Задание 3. Садовник поливает кусты, которые посажены вдоль одной линии на расстоянии 1,5 м один от другого. Для каждого куста садовник приносит воду отдельно, набирая ее из колодца, который находится на расстоянии 1,5 м от первого куста. Определите, сколько кустов полил садовник, если он прошел 4 км 455 м и вернулся к колодцу.

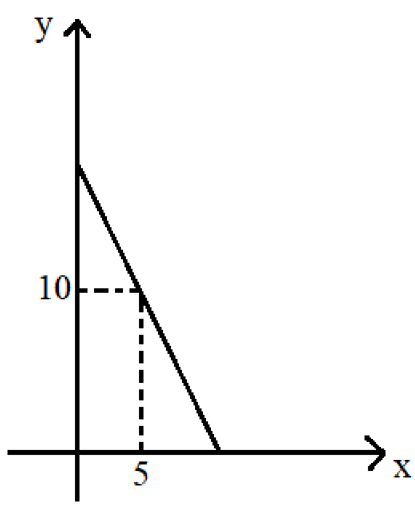
Решение.

Пусть n – число всех кустов, расположенных в порядке удаления от колодца. Для каждого n обозначим через a_n расстояние от колодца до -го куста. Тогда числа a_n образуют арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = 1{,}5$ (м) и разностью $d = 1{,}5$ (м). Сумма n членов этой прогрессии вычисляется по известной формуле: $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 1{,}5 + 1{,}5(n-1)}{2} n = \frac{1{,}5(n+1)n}{2}$. Поскольку для поливки каждого куста садовник должен вернуться к колодцу, то полученную выше сумму нужно удвоить, и что по условию составляет 4455 м. Получаем уравнение для нахождения искомого n: $2S_n = 4455$ или $2 \cdot \frac{1{,}5(n+1)n}{2} = 4455$. Из уравнения $n^2 + n - 2970 = 0$ получаем два корня $n_1 = 54$ и $n_2 = -55$ (не удовлетворяет смыслу задачи).

Ответ: 54

Задание 4. Точка М расположена в первом координатном углу. Через точку М, с координатами 5 и 10, проведена прямая, пересекающие положительные полуоси в точках А и В соответственно. Найти угол наклона прямой, проходящей через М, при котором площадь полученного треугольника принимает наименьшее значение.

Решение.



Обозначим отрезок от точки (5;0) до точки пересечения прямой с осью *Ox* через *x*, а отрезок от точки (0;10) до точки пересечения прямой с осью *Oy* через *y*.
«Верхний» и «нижний» треугольники подобны:

$$\frac{x}{5} = \frac{10}{y}$$

Площадь «большого» треугольника

$$S = \frac{1}{2}(x+5)(y+10) \ = \ \frac{5(x+5)^2}{x}$$

Найдем наименьшее значение площади:

$$S' = 5\frac{d}{dx}\left(\frac{(x+5)^2}{x}\right) = 5\frac{(x+5)(x-5)}{x^2}$$

$$(x+5)(x-5) = 0$$

Наименьшее значение площадь достигает при $x = 5$.
Тогда $y = 10$.
Угловой коэффициент прямой: -2.
Угол наклона равен $\operatorname{arctg}(-2)$
Ответ: $\operatorname{arctg}(-2)$.

Задание 5. Вычислите $\sin^2 \arccos\frac{2}{7} - \cos^2 \arcsin\frac{2}{7}$.

Решение.

Выполним преобразования, используя основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \arccos\frac{2}{7} - \cos^2 \arcsin\frac{2}{7} = \left(1 - \cos^2 \arccos\frac{2}{7}\right) - \left(1 - \sin^2 \arcsin\frac{2}{7}\right) =$$
$$= -\cos^2 \arccos\frac{2}{7} + \sin^2 \arcsin\frac{2}{7} = -\frac{4}{49} + \frac{4}{49} = 0.$$

Ответ: 0